PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2019–2020

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.

d) Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = e^x(x^2 - 5x + 6)$. Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f y los puntos de inflexión de su gráfica.

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Calcula $\displaystyle\int_0^{\pi} x \operatorname{sen}^2(x)\, dx$.

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera el sistema de ecuaciones dado por $AX = B$ siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ m & 4 & -2 \\ 0 & m+2 & -3 \end{pmatrix},\quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2m \\ 1 \end{pmatrix}.$$

a) Discute el sistema según los valores de m. **(1.5 puntos)**

b) Para $m = -2$, ¿existe alguna solución con $z = 0$? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta. **(1 punto)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x - y + az = 0$ y la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{l} 4x - 3y + 4z = 1 \\ 3x - 2y + z = 0 \end{array} \right.$

a) Halla a sabiendo que π es paralelo a r. **(1.5 puntos)**

b) Determina el plano perpendicular a r que pasa por el punto $P(1, 2, 3)$. **(1 punto)**

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Sea la función derivable $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^{2ax-4b} & \text{si} \quad x < 1 \\ 1 - x\ln x & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

($\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

a) Determina los valores de a y b. **(1.75 puntos)**

b) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$. **(0.75 puntos)**

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Considera las funciones $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = |x|$ y $g(x) = x^2 - 2$.

a) Calcula los puntos de corte de las gráficas de f y g. Esboza el recinto que determinan. **(1 punto)**

b) Determina el área del recinto anterior. **(1.5 puntos)**

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

a) Halla los valores de λ tales que $|A - \lambda I| = 0$, donde I es la matriz identidad de orden 3. **(1.25 puntos)**

b) Para $\lambda = 1$, resuelve el sistema dado por $(A - \lambda I)X = 0$. ¿Existe alguna solución tal que $z = 1$? En caso afirmativo, calcúlala. En caso negativo, justifica la respuesta. **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x - y + z = 2$ y la recta $r \equiv \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+2}{-1}$.

a) Calcula la distancia entre r y π. **(1 punto)**

b) Halla la ecuación general del plano perpendicular a π que contiene a r. **(1.5 puntos)**
